

سخت افزار

جلسه اول

1

در سیستم اعداد در حالت کلی میتوان هر عدد را به صورت های زیر نمایش داد:

$$\left\{ \begin{array}{l} N = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_B \\ N = a_{n-1}B^{n-1} + \dots + a_0B^0 + a_{-1}B^{-1} + \dots + a_{-m}B^{-m} \\ N = \sum_{k=-m}^{n-1} a_k B^k \end{array} \right.$$

در روابط فوق B مبنای سیستم، a_k ($0 \leq a_k \leq B-1$) ضرایب، n تعداد ارقام صحیح، m تعداد ارقام اعشاری می باشد.

$$\begin{cases} B = 10 \\ 0 \leq a_k \leq B - 1 \Rightarrow 0 \leq a_k \leq 9 \end{cases}$$

مثال اعداد 28321 و 123.45 را به صورت سری و در مبنای 10 بنویسید؟

$$\begin{cases} 28321 = 2 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0 \\ 28321 = (28321)_{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 123.45 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} \\ 123.45 = (123.45)_{10} \end{cases}$$

سیستم اعداد دودویی

$$\begin{cases} B = 2 \\ 0 \leq a_k \leq B-1 \Rightarrow 0 \leq a_k \leq 1 \end{cases}$$

مثال عدد دودویی زیر را بسط داده و به مبنای 10 ببرید

$$\begin{cases} (10111)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 23 \\ (10111)_2 = (23)_{10} \end{cases}$$

Dec	2^3	2^2	2^1	2^0	Binary
0				0	0
1				1	1
2			1	0	10
3			1	1	11
4		1	0	0	100
5		1	0	1	101
6		1	1	0	110
7		1	1	1	111
8	1	0	0	0	1000

سیستم اعداد هشتایی

$$\begin{cases} B = 8 \\ 0 \leq a_k \leq B - 1 \Rightarrow 0 \leq a_k \leq 7 \end{cases}$$

سیستم اعداد شانزده تایی

$$\begin{cases} B = 16 \\ a_k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 9, A, B, C, D, E, F \end{cases}$$

مثال) عدد زیر را بسط دهید

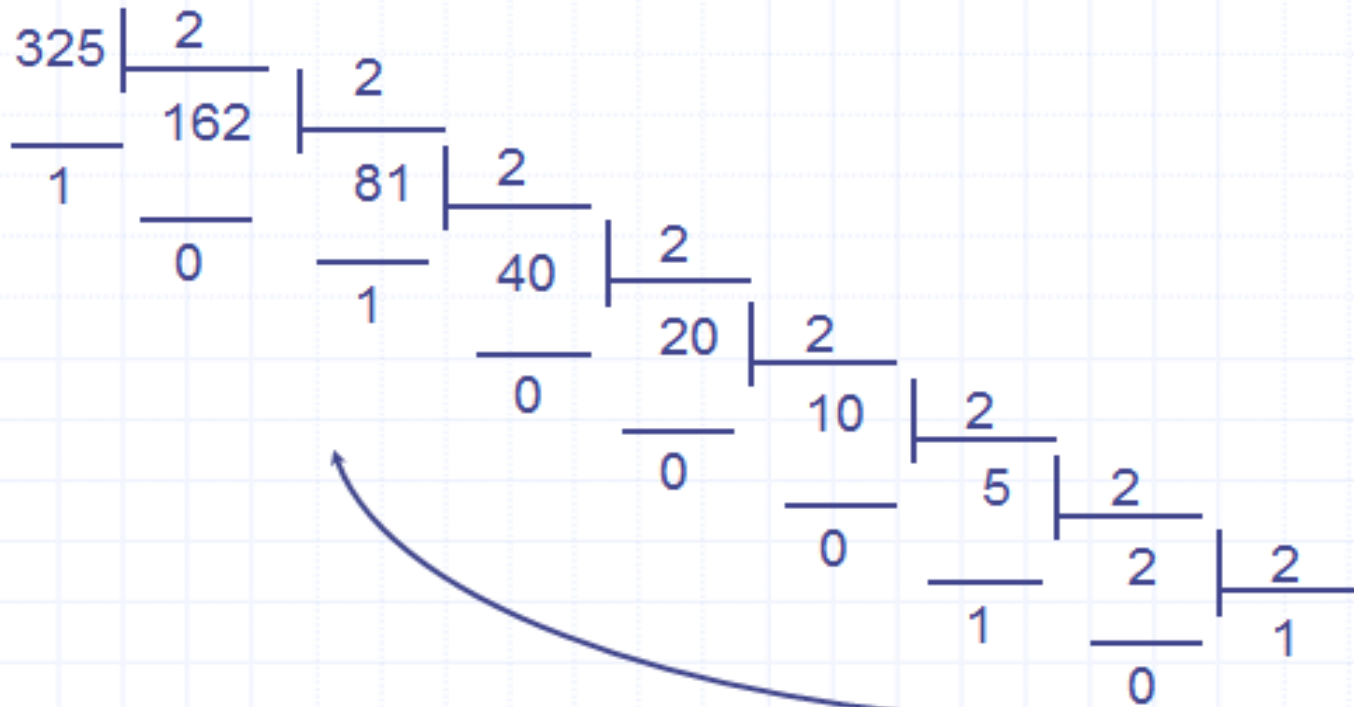
$$\begin{cases} (21E2)_{16} = 2 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 2 \times 16^0 = (4578)_{10} \\ (21E2)_{16} = (4578)_{10} \end{cases}$$

تبدیل میناها

تبدیل اعداد دهدهی به دودویی و بالعکس

روش اول) تقسیمات متوالی:

$$(325)_{10} \rightarrow (101000101)_2$$



روش دوم)

توان های دو :

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 64 \rightarrow 128 \rightarrow 256 \rightarrow 512 \rightarrow 1024 \rightarrow \dots$

$25 = 11001$

16

8

1

مثال:

$$\begin{cases} (1110.01)_2 = (?)_{10} \\ (1110.01)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (14.25)_{10} \end{cases}$$

$$(14.25)_{10} = (?)_2$$

قسمت صحیح:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ -14 & 7 \\ \hline 0 & 6 \\ & 1 \\ & 3 \\ & 2 \\ & 1 \\ & 0 \\ & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow (14)_{10} = (1110)_2$$

قسمت اعشاری:

$$\begin{cases} 0.25 \times 2 = 0.5 \\ 0.5 \times 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow (0.25)_{10} = (0.01)_2$$

و در نهایت داریم:

$$(14.25)_{10} = (1110.01)_2$$

$$(47.7524)_{10} = (?)_2$$

$$(47)_{10} = (101111)_2$$

و برای قسمت اعشاری داریم :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.7524 \times 2 = 1.5048 \\ 0.5048 \times 2 = 1.0096 \\ 0.0096 \times 2 = 0.0192 \Rightarrow (0.7524)_{10} = (0.1100\dots)_2 \Rightarrow (47.7524)_{10} = (101111.1100)_2 \\ 0.0192 \times 2 = 0.0384 \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

✓ تبدیل اعداد هشتایی به دودویی و بالعکس

تبدیل اعداد مبنای دو و هشت به یکدیگر								
اعداد در مبنای ۸	0	1	2	3	4	5	6	7
اعداد در مبنای ۲	000	001	010	011	100	101	110	111

به مثالهای زیر توجه شود :

$$(0110100101)_2 = (?)_8$$

$$\Rightarrow (000,110,100,101)_2 = (0645)_8$$

.....

$$(2137)_8 = (?)_2$$

$$\Rightarrow (2137)_8 = (010,001,011,111)_2$$

.....

$$(25.34)_8 = (?)_2$$

$$\Rightarrow (25.34)_8 = (010,101 \cdot 011,100)_2$$

✓ تبدیل اعداد شانزده به دودویی و بالعکس

تبدیل اعداد مبنای دو و شانزده به یکدیگر

مبنای ۱۶	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
مبنای ۲	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

$$(1111101.0110)_2 = (?)_{16}$$

$$\Rightarrow (0111,1101.0110)_8 = (7D.6)_{16}$$

$$(F25.03)_{16} = (?)_2$$

$$\Rightarrow (F25.03)_{16} = (1111,0010,0101.00000011)_2$$

انجام محاسبات در مبنای 2 و 16

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$0+0=0$$

$$1+1=10$$

$$0-0=0$$

$$1-1=0$$

$$1-0=1$$

مثال)

$$\begin{array}{r} 1111011 \\ + 1010000 \\ \hline 11001011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ABC12 \\ + 354 \\ \hline ABF66 \end{array}$$

❖ نمایش داخلی اعداد صحیح

مثال: عدد دهدهی 121 را در یک بایت قرار دهید؟

$$(121)_{10} = (1111001)_2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

مثال: بزرگترین عددی را که می توان در 4 بیت نمایش داد چند است؟

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 15$$

نکته: به طور کلی، بزرگترین عددی را که میتوان در n بیت نمایش داد عبارت است از:

$$Max.value = 2^n - 1$$

❖ نگهداری اعداد صحیح منفی در کامپیوتر

1_ روش علامت و مقدار

2_ روش متمم 1

3_ روش متمم 2

روش علامت و مقدار

در این روش یک بیت جداگانه برای علامت در نظر گرفته می شود .

برای اعداد منفی عدد 1

برای اعداد مثبت عدد 0

$$-21 = (-10101)$$

1	1	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---

روش متمم 1

در این روش باینری عدد را بدست می آوریم سپس به جای عدد 1 ، 0 می گزاریم
به جای عدد 0 ، 1 می گزاریم

$$-19 = (-10011)_2$$

نمایش عدد 19

1	0	0	1	1
---	---	---	---	---



نمایش عدد 19- به روش متمم 1

0	1	1	0	0
---	---	---	---	---

روش متمم 2

در این روش :

1- باینری عدد را بدست می آوریم .

2- متمم یک عدد باینری را بدیت می آوریم.

3- عدد متمم 1 را با یک جمع می کنیم.

$$-23 = (-10111)$$

نمایش عدد 23

1	0	1	1	1
---	---	---	---	---

متمم 1 عدد -23

0	1	0	0	0
---	---	---	---	---

⁺
1

متمم 2 عدد -23

0	1	0	0	1
---	---	---	---	---

تکلیف 1

اعداد زیر را به مبنای دودویی ببرید؟ (در صورت نیاز از روش متمم 2 استفاده کنید)

$$(AB.2B)_{16}=?$$

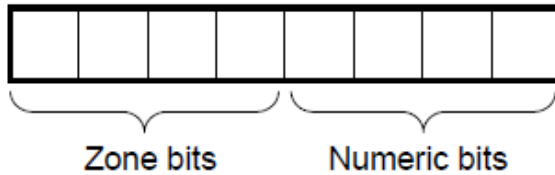
$$(ABC001)_{16}=?$$

$$(-6250)_8=?$$

$$56=?$$

معرفی کدها

❖ نمایش اطلاعات به صورت کد اسکی (ASCII)



جدول مربوط به کد اسکی در مراجع مختلف موجود است.

مثال ۲) با توجه به جدول اسکی زیر @ را با چه کدی نشان می‌دهید و ۱۰۰۰۰۱۱ مربوط به چه کاراکتری است؟

Zone bits						Numeric bits
0100	0101	0010	0011	0110	0111	
@	P	sp	0	/	p	0000
A	Q	!	1	a	q	0001
B	R	..	2	b	r	0010
C	S	#	3	c	s	0011

@ →

0	1	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

01000011 → C

کد بی_سی_دی (BCD)

- ❖ برای نمایش عدد به صورت BCD ، هر رقم آن به طور مستقل به مبنای 2 تبدیل می شود و هر رقم با چهار بیت نمایش داده می شود.
- ❖ هر عدد BCD تنها در صورتی با عدد دودویی اش معادل است که بین 0 و 9 باشد.

کد	8421 BCD	عدد دهدهی
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	

مثال)

کد BCD و باینری عدد 137 را به دست آورید؟

$137 \longrightarrow (10001001)_2$ باینری

$137 \longrightarrow 0001 \ 0011 \ 0111$ BCD

جمع BCD

□ در کد BCD چون هیچ رقمی بزرگتر از 9 نیست ، جمع نمی تواند از $9+9+1=19$ بزرگتر باشد.(جمع دودویی در گستره 0000 تا 10011)

□ برای تصحیح جمع BCD ، اگر حاصلجمع بزرگتر از 1001 شد حاصل رقم BCD معتبر نیست باید برای تصحیح باید رقم 0110 را به حاصلجمع اضافه نمود.

مثال:

$$\begin{array}{r} + 4 \\ 5 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 0100 \\ 0101 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 4 \\ 8 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 0100 \\ 1000 \\ + 1100 \\ 0110 \\ \hline 10010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 8 \\ 9 \\ \hline 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 1000 \\ 1001 \\ + 10001 \\ 0110 \\ \hline 10111 \end{array}$$

مثال:

جمع BCD زیر را بدست آورید؟

$$\begin{array}{r} 131 \\ + 27 \\ \hline 158 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 111 \\ 0001 011 0001 \\ + 0010 0111 \\ \hline 0001 0101 1000 \end{array}$$

مثال:

جمع BCD زیر را بدست آورید؟

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 11 \\
 175 \\
 37 \\
 + \\
 \hline
 212
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 0001 \quad 0111 \quad 1010 \\
 0000 \quad 0111 \quad 0111 \\
 \hline
 0001 \quad 1010 \quad 1100 \\
 + \quad 0110 \quad 0110 \\
 \hline
 0010 \quad 0001 \quad 0010
 \end{array}
 \end{array}$$

کد افزونی 3 (Excess-3)

این کد برای کد نمودن ارقام دهدهی استفاده می شود. کد افزونی 3 بر راحتی از کد BCD بدست می آید:

1- به هر رقم دهدهی سه واحد اضافه نموده و معادل باینری چهاربیتی آن را بدست می آوریم.

2- می توانیم به ارقام کد BCD سه واحد اضافه کنیم.
(مثال)

عدد دهدهی	3	8	9
	↓	↓	↓
افزودن سه واحد به ارقام	6	11	12
	↓	↓	↓
معادل کد افزونی 3	0110	1011	1100

عدد دهدهی	کد 8421 BCD	کد افزونی 3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

کد گری یا انعکاسی:

❖ یکی دیگر از کدها می باشد که برای کاهش امکان وقوع خطا بکار می رود.

❖ این کد دارای این ویژگی است که زمانی که از یک عدد به عدد بعدی می رویم فقط یک بیت تغییر می کندولی مثلا از 7 به 8 کد گری از 0100 به 1100 تغییر می کند در حالی که کد دودویی از 0111 به 1000 تغییر می کند.

کد گری	معادل دهدهی
0000	0
0001	1
0011	2
0010	3
0110	4
0111	5
0101	6
0100	7
1100	8
1101	9
1111	10
1110	11
1010	12
1011	13
1001	14
1000	15

1	$\oplus$	1=0
0	$\oplus$	0=0
1	$\oplus$	0=1
0	$\oplus$	1=1

تبدیل باینری به گری:

باینری

$b_3b_2b_1b_0$



$G_3G_2G_1G_0$

$$G_0 = b_0 \oplus b_1$$

$$G_1 = b_1 \oplus b_2$$

$$G_2 = b_2 \oplus b_3$$

$$G_3 = b_3 \oplus 0$$

(مثال)

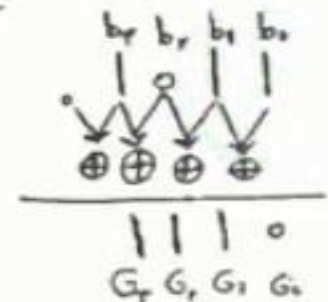
1011

(گری)



1110

تبدیل باینری به گری



تبدیل گری به باینری :

$$\begin{array}{ccc}
 \text{گری} & G_3 G_2 G_1 G_0 & \longrightarrow & b_3 b_2 b_1 b_0 \\
 b_3 = 0 & \oplus & G_3 & \\
 b_2 = b_3 & \oplus & G_2 & \\
 b_1 = b_2 & \oplus & G_1 & \\
 b_0 = b_1 & \oplus & G_0 &
 \end{array}$$

(مثال)

1001

(باینری) $\longrightarrow$ 1110

